ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ

Α2. β

Α3. δ

Α4. δ

Α5. **α)** Σωστό

β) Σωστό

γ) Λάθος

δ) Λάθος

ε) Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. $I_1 = \frac{1}{2}3MR^2 + MR^2 + \frac{M}{2}R^2 = 3MR^2$

$K_1 = \frac{1}{2}I_1\omega^2 = \frac{1}{2}3MR^2\omega^2$

$I_2 = \frac{1}{2}3MR^2 + MR^2 = \frac{5}{2}MR^2$

$\vec{L}_{APX} = \vec{L}_{TE\Lambda} \Rightarrow I_1\omega = I_2\omega' + M\cdot 2\omega R\cdot R \Rightarrow \omega' = \frac{2}{5}\omega$.

$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}I_1\omega^2}{\cancel{\frac{1}{2}}I_2\omega'^2} = \frac{3MR^2\omega^2}{\frac{5}{2}MR^2\frac{4\omega^2}{25}} = 7{,}5$. Σωστό το α

Β2. $K = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

$u_{max} = u_1 = \sqrt{\frac{K}{m}}\ell$

$$u_1' = \frac{m-2m}{m+2m}\,u_1 = -\frac{1}{3}\sqrt{\frac{K}{m}}\,l$$

$$u_{max}' = u_1' = \sqrt{\frac{K}{m}}A' = \sqrt{\frac{K}{m}}\frac{\ell}{3} \Rightarrow A' = \frac{\ell}{3}$$

$$t_2 = \frac{T}{4} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{K}}$$

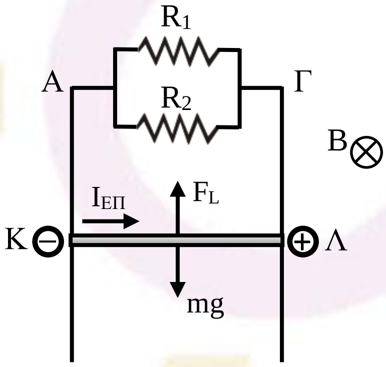
$$u_2' = \frac{2m}{m+2m}\,u_1 = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{K}{m}}\,l$$

$$x_2 = u_2'\,t_2 = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{K}{m}}\,l\,\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{K}} = \frac{\pi}{3}\,l$$

$d = A' + x_2 = \frac{l}{3}(1+\pi)$.   Σωστό το α

Β3. $R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2R$

$$R_{ΟΛ} = 4R$$



$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_L = mg \Rightarrow u_{ορ} = \frac{4mgR}{B^2\ell^2}$$

Σωστό το ii

$$V_{ΠΟΛ} = E - I_{ΕΠ}\cdot 2R = \frac{2mgR}{B\ell}$$

$$q = \frac{\Delta\Phi}{R_{ΟΛ}} = \frac{Bx\ell}{4R} = \frac{Bu_{ορ}t_1\ell}{4R} = \frac{mgt_1}{B\ell}$$

Σωστό το ii

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η παροχή του οριζόντιου σωλήνα υπολογίζεται από την σχέση:

$$\Pi = A\cdot u_K \Rightarrow \Pi = 50\cdot 10^{-4}\cdot 4 \Rightarrow \mathbf{\Pi = 2\cdot 10^{-2}\ m^3/s}$$

Γ2. Έστω $u_Λ$ το μέτρο της ταχύτητας ροής του νερού στο σημείο Λ. Από την εξίσωση της συνέχειας έχουμε:

$$A_1\cdot u_K = A_2\cdot u_Λ \Rightarrow u_Λ = \frac{A_1\cdot u_K}{A_2} \Rightarrow u_Λ = 10\ m/s$$

Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στα σημεία Κ και Λ αντίστοιχα θα είναι:

$$\left(\frac{K}{V}\right)_K = \frac{1}{2}\rho_\nu \cdot u_K^2 \Rightarrow \left(\frac{\mathbf{K}}{\mathbf{V}}\right)_{\mathbf{K}} = \mathbf{8 \cdot 10^3 \ \frac{J}{m^3}}$$

$$\left(\frac{K}{V}\right)_\Lambda = \frac{1}{2}\rho_\nu \cdot u_\Lambda^2 \Rightarrow \left(\frac{\mathbf{K}}{\mathbf{V}}\right)_{\mathbf{\Lambda}} = \mathbf{50 \cdot 10^3 \ \frac{J}{m^3}}$$

Γ3. Επειδή το νερό στον κατακόρυφο λεπτό σωλήνα ισορροπεί, η πίεση του νερού στο σημείο Λ υπολογίζεται από τον θεμελιώδη νόμο της υδροστατικής:

$$p_\Lambda = p_{atm} + \rho_\nu \cdot g \cdot h_2 = 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 0,5 = 100 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^3 \Rightarrow \mathbf{p_\Lambda = 105 \cdot 10^3 \ N/m^2}$$

Για να υπολογίσουμε την πίεση στο σημείο Κ εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Κ και Λ, οπότε έχουμε:

$$p_K + \frac{1}{2}\rho_\nu \cdot u_K^2 = p_\Lambda + \frac{1}{2}\rho_\nu \cdot u_\Lambda^2 \Rightarrow p_K = p_\Lambda + \frac{1}{2}\rho_\nu\left(u_\Lambda^2 - u_K^2\right) \Rightarrow \mathbf{p_K = 147 \cdot 10^3 \ N/m^2}$$

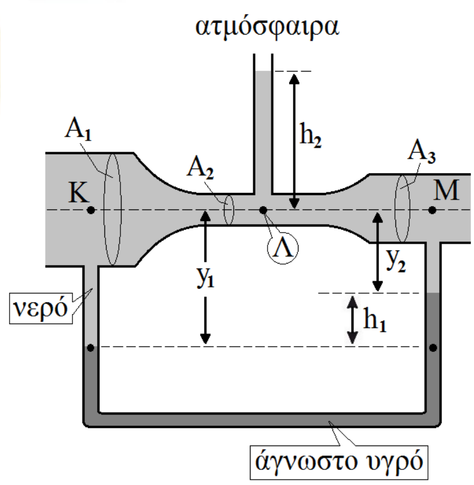
Έστω u_M το μέτρο της ταχύτητας ροής του νερού στο σημείο Μ. Από την εξίσωση της συνέχειας για τα σημεία Λ και Μ έχουμε:

$$A_2 \cdot u_\Lambda = A_3 \cdot u_M \Rightarrow u_M = \frac{A_2 \cdot u_\Lambda}{A_3} \Rightarrow u_M = 5 \ m/s$$

Από την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Λ και Μ, έχουμε:

$$p_\Lambda + \frac{1}{2}\rho_\nu \cdot u_\Lambda^2 = p_M + \frac{1}{2}\rho_\nu \cdot u_M^2 \Rightarrow p_M = p_\Lambda + \frac{1}{2}\rho_\nu\left(u_\Lambda^2 - u_M^2\right) \Rightarrow \mathbf{p_M = 142,5 \cdot 10^3 \ N/m^2}$$

Γ4. Έστω $\rho_{υγρ}$ η πυκνότητα του άγνωστού υγρού. Από το θεμελιώδη νόμο της υδροστατικής μεταξύ των σημείων Κ και Μ *(κινούμενοι κατά μήκος του σωλήνα U)*, έχουμε:



$$p_K + \rho_\nu \cdot g \cdot y_1 - \rho_{υγρ} \cdot g \cdot h_1 - \rho_\nu \cdot g \cdot y_2 = p_M \Rightarrow$$

$$p_K - p_M = \rho_{υγρ} \cdot g \cdot h_1 + \rho_\nu \cdot g \cdot y_2 - \rho_\nu \cdot g \cdot y_1 \Rightarrow$$

$$p_K - p_M = \rho_{υγρ} \cdot g \cdot h_1 - \rho_\nu \cdot g\left(y_1 - y_2\right) \Rightarrow$$

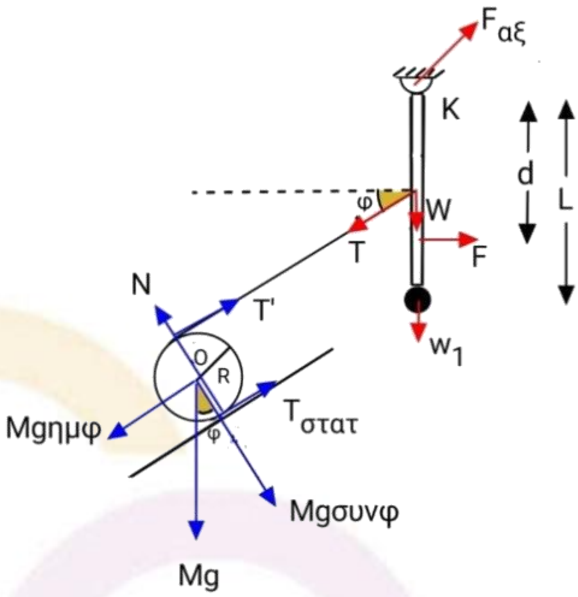
$$p_K - p_M = \rho_{υγρ} \cdot g \cdot h_1 - \rho_\nu \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow$$

$$p_K - p_M = g \cdot h_1\left(\rho_{υγρ} - \rho_\nu\right) \Rightarrow \frac{p_K - p_M}{g \cdot h_1} = \rho_{υγρ} - \rho_\nu \Rightarrow$$

$$\rho_{υγρ} = \frac{p_K - p_M}{g \cdot h_1} + \rho_\nu \Rightarrow \mathbf{\rho_{υγρ} = 2 \cdot 10^3 \ kg/m^3}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στη κατάσταση ισορροπίας να υπολογίσετε τη στατική τριβή σε μέτρο και κατεύθυνση που δέχεται ο δίσκος από το δάπεδο και τη ροπή αδράνειας του δίσκου.



- Η ράβδος ισορροπεί :

  $Στ_κ = 0 \Rightarrow F\,d - T\,συνφ\,\frac{L}{2} = 0 \Rightarrow T = 60N$

  Νήμα αβαρές και μη εκτατό => $T = T' \Rightarrow T' = 60N$

- δίσκος ισορροπεί :

  $Στ_O = 0 \Rightarrow T_{στατ}\,R - T\,R = 0 \Rightarrow T_{στατ} = T \Rightarrow$

  $\mathbf{T_{στατ} = 60N}$

  $ΣF_X=0 \Rightarrow Mgημφ = T + T_{στατ} \Rightarrow Mgημφ = 120 \Rightarrow$

  $M = 20kg$

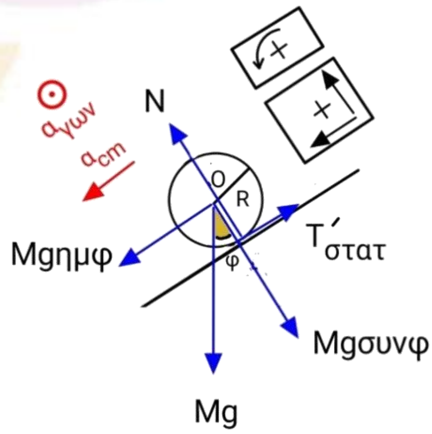
  Αρα $I_{cm,δίσκου} = \frac{1}{2} MR^2 = \frac{1}{2} 20\ 0{,}1^2 = 0{,}1\ kg\ m^2 \Rightarrow$

  $\mathbf{I_{cm,δίσκου} = 0{,}1 kg\ m^2}$

Δ2. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή του συντελεστή τριβής για την οποία ο δίσκος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση στο τραχύ δάπεδο ΑΒ

x : $ΣFx = mα \Rightarrow Mgημφ - T_{στατ} = Mα_{cm}$ (1)

y : $ΣFy = 0 \Rightarrow N - Mgσυνφ = 0 \Rightarrow N = Mgσυνφ$ (2)



ΘΝΣΚ : $Στ = I\,α_{γων} \Rightarrow T_{στατ}\,R = \frac{1}{2} MR^2\,α_{γων} \Rightarrow$

$T_{στατ} = \frac{1}{2} M(R\,α_{γων}) \Rightarrow (α_{cm} = α_{γων} R$ λόγω ΚΧΟ$) \Rightarrow$

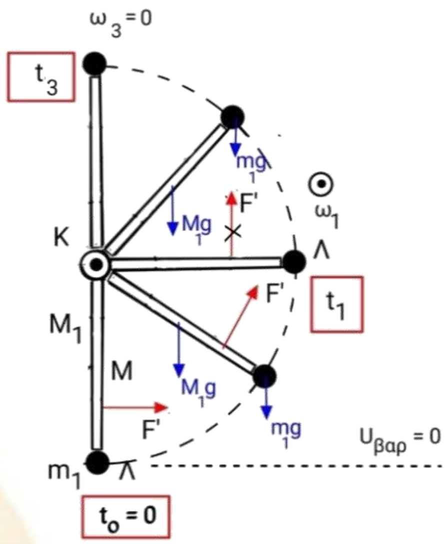
$T_{στατ} = \frac{1}{2} M\,α_{cm}$ (3)

Για να κάνει ΚΧΟ θα πρέπει $T_{στατ} \le T_{στατ,max} \Rightarrow T_{στατ} \le μN$ (4)

(1)/(3)=> $Mgημφ - T_{στατ} / T_{στατ} = 2 \Rightarrow T_{στατ} = \frac{Mgημφ}{3}$ (5)

Αντικαθιστώντας την (2) και την (5) στην (4) έχουμε: $\frac{Mgημφ}{3} \le μMgσυνφ \Rightarrow μ \ge 0{,}25 \Rightarrow \mathbf{μ_{ορ}=0{,}25}$

Δ3. α) Να βρείτε το μέτρο της σταθερής δύναμης F΄ και την ταχύτητα του κέντρου μάζας της ράβδου τη στιγμή που αυτή φτάνει στην οριζόντια θέση



- Όταν η ράβδος κάνει οριακά ανακύκλωση φτάνει στην ανώτερη θέση (τη στιγμή t_3) με μηδενική γωνιακή ταχύτητα δηλαδή $K_{t3} = 0$

- ΘΜΚΕ ($t_0 = 0$ εώς t_3) : $K_{t3} - K_0 = W_{ΣF}$ =>

  $0 = W_{F\,(t0 \to t1)} + W_{M1g\,(t0 \to t3)} + W_{m1g\,(t0 \to t3)}$ =>

  $0 = W_{F\,(t0 \to t1)} + U_{βαρ,αρχ,M1} - U_{βαρ,τελ,M1} + U_{βαρ,αρχ,m1} - U_{βαρ,τελ,m1}$ = >

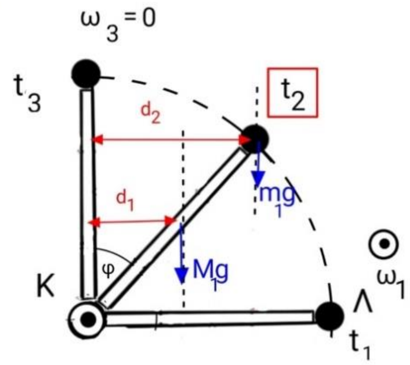
  $0 = F'd\frac{\pi}{2} + M_1 g\frac{L}{2} - M_1 g\frac{3L}{2} + 0 - m_1 g 2L$ => $\mathbf{F' = \frac{400}{3\pi}}$ **N**

Για την ταχύτητα του κέντρου μάζας της ράβδου όταν φτάνει σε οριζόντια θέση την t_1 έχουμε :

ΘΜΚΕ ($t_0 = 0$ εώς t_1) : $K_{t1} - K_0 = W_{ΣF}$ =>

$\frac{1}{2} I_{m,M(K)}\, \omega_1^2 = W_{F\,(t0 \to t1)} + W_{Mg(t0 \to t1)} + W_{mg(t0 \to t1)}$ => $\frac{1}{2}(\frac{1}{3} M_1 L^2 + m_1 L^2)\, \omega_1^2 = W_{F\,(t0 \to t1)} + U_{βαρ,αρχ,M1} - U_{βαρ,τελ,M1} + U_{βαρ,αρχ,m1} - U_{βαρ,τελ,m1}$ = > $\frac{1}{2}(\frac{1}{3} M_1 L^2 + m_1 L^2)\, \omega_1^2 = F'd\,\frac{\pi}{2} + M_1 g\,\frac{L}{2} - M_1 gL + 0 - m_1 gL$ = > $\omega_1 = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ r/s Επομένως : $\mathbf{\upsilon_{cm} = \upsilon_{γρ,K} = \omega_1 \frac{L}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}}$ **m/s**

β) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής μόνο της ράβδου τη χρονική στιγμή t_2 που η ράβδος μετά την κατάργηση της δύναμης F΄ σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφη διεύθυνση.



ΘΝΣΚ(t_2) : $Στ_{(K)} = I_{m,M(K)}\, α_{γων}$ =>

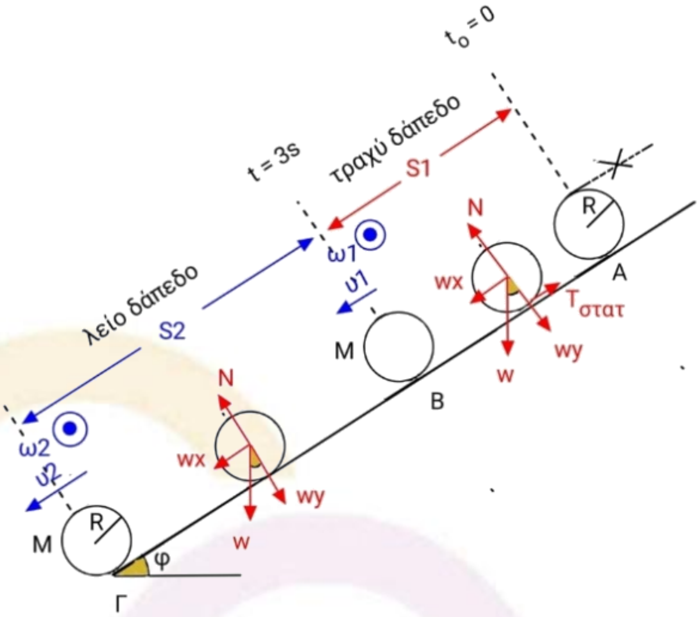
$-M_1 g\, d_1 - m_1 g\, d_2 = (\frac{1}{3} M_1 L^2 + m_1 L^2)\, α_{γων}$ =>

$-M_1 g\frac{L}{2}ημφ - m_1 gLημφ = (\frac{1}{3} M_1 L^2 + m_1 L^2) α_{γων}$ =>

$α_{γων} = -15/4$ r/s^2

Επομένως: $\frac{dL}{dt}_{M1} = I_{M1}\, α_{γων}$ => $\mathbf{\frac{dL}{dt}_{M1} = -15}$ **kgm²/s²**

Δ4. Την t = 3s ο δίσκος εισέρχεται σε λείο δάπεδο ΒΓ. Όταν φτάσει στη θέση Γ έχει διαγράψει από την έναρξη της κίνησης του (t_0=0) συνολικά N= $\frac{270}{\pi}$ περιστροφές.



- Α → Β : ΚΧΟ ΕΠΙΤΑΧΥΝΟΜΕΝΗ

  x : $ΣF_x = mα => Mgημφ - T_{στατ} = Mα_{cm}$ (A)

  ΘΝΣΚ : $Στ = I\, α_{γων} => T_{στατ} R = \frac{1}{2} MR^2 α_{γων} =>$

  $T_{στατ} = \frac{1}{2} M(R\, α_{γων}) => T_{στατ} = \frac{1}{2} M\, α_{cm}$ (B)

  (A)+ (B) => $α_{cm} = \frac{2g}{3}\, ημφ => α_{cm} = 4m/s^2$

  Την t =3s :

  $υ_1 = α_{cm} t = 12m/s$ και $ω_1 = \frac{υ_1}{R} = 120$ r/s

  $s_1 = \frac{1}{2} α_{cm} t^2 = 18m$

  $s_1 = θ_1 R => 18 = θ_1 0{,}1 => θ_1 = 180rad$

  $θ_1 = N_1 2π => N_1 = 90/π$ περιστροφές

- Β → Γ : ΚΥΛΙΣΗ ΣΕ ΛΕΙΟ ΔΑΠΕΔΟ (μηδενική τριβή)

  x : $ΣF_x = mα => Mgημφ = Mα'_{cm} => α'_{cm} = gημφ => α'_{cm} = 6m/s^2$

  $υ = υ_o + α\, Δt = υ_1 + α'(t - 3) = 12 + 6(t-3)$ (SI)

  $S = υ_o\, Δt + \frac{1}{2} α\, Δt^2 = υ_1 (t-3) + \frac{1}{2} α' (t-3)^2 = 12(t-3) + 3(t-3)^2$ (SI)

  Στ = 0 => ομαλή στροφική κίνηση => $ω_2 = ω_1 = 120$ r/s = σταθερό , και $Δθ = ωΔt = 120Δt$ (SI)

- $N_{ολ} = N_1 + N_2 => 270/π = 90/π + N_2 => N_2 = 180/π$ περιστροφές
  $Δθ_2 = N_2 (2π) => Δθ_2 = 360$ rad => $120\, Δt_2 = 360 => Δt_2 = 3s$

- Συνολική διάρκεια κίνησης (Α->Γ) $Δt_{ολ} = Δt_1 + Δt_2 = 3+3 = 6s$

- <u>Τελευταίο sec</u> : από t = 5 s εώς t = 6 s

  $ΔS_{γρ} = Δθ\, R = ω_2 Δt\, R = 120\,(6-5)\, 0{,}1 = 12m$ και $ΔS_{cm} = S_{cm,\, t=6} - S_{cm,\, t=5}$

  Για t =6 s : $S_{cm,\, t=6} = 12(t-3) + 3(t-3)^2 = 12(6-3) + 3(6-3)^2 = 63m$

  Για t =5 s : $S_{cm,\, t=5} = 12(t-3) + 3(t-3)^2 = 12(5-3) + 3(5-3)^2 = 36m$

  $ΔS_{cm} = 63-36 = 27m$

  Επομένως στο έκτο δευτερόλεπτο : $\frac{ΔS_{γρ}}{ΔS_{cm}} = \frac{12}{27} = \frac{4}{9}$

Επιμέλεια απαντήσεων: Δήμας Ιωάννης, Θανόπουλος Γεώργιος, Ποθητάκης Γεώργιος, Σπύρου Σταύρος.