Θέμα Α

Α.1 σελ. 31

Α.2 σελ 14

Α.3 σελ 72

Α.4

α) Σ
β) Λ
γ) Λ
δ) Σ
ε) Λ

Θέμα Β

Β.1

x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$	$x_i - \overline{x}$	$(x_i - \overline{x})^2$	$(x_i - \overline{x})^2 \cdot v_i$
1	2	2	-3	9	18
3	3	9	-1	1	3
5	4	20	1	1	4
9	1	9	5	25	25
Σύνολο	10	40	--------	-------	50

α) $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i \cdot v_i}{v} = \frac{40}{10} = 4$
β) $\delta = \frac{t_5 + t_6}{2} = \frac{3+5}{2} = 4$
γ) $s^2 = \frac{1}{v} \cdot \sum_{i=1}^{v} (x_i - \overline{x})^2 \cdot v_i = \frac{50}{10} = 5$

Β.2

$$CV\% = \frac{s}{\overline{x}} \cdot 100 = \frac{\sqrt{5}}{4} \cdot 100 = 25\sqrt{5} > 10\%$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Θέμα Γ

Γ.1

$$f'(x) = (x^2 - x + 1)' = 2x - 1$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$ $\qquad$ $\frac{1}{2}$	$\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	-	+
$f(x)$	↘	↗

Ο.Ε.

Η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στη θέση $x_1 = \frac{1}{2}$ **με τιμή** $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4}$

Γ.2

Η εξίσωση εφαπτομένης είναι ευθεία άρα της μορφής $y = \lambda x + \beta$

$$f'(2) = 4 - 1 = 3$$

Ισχύει $f'(2) = \lambda \Leftrightarrow \lambda = 3$

$$f(2) = 3$$

Το σημείο Α$(2, 3)$ **επαληθεύει την εξίσωση εφαπτομένης Άρα**

$$3 = 3 \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow \beta = -3$$

Η ζητούμενη εξίσωση εφαπτομένης είναι ή ε : $y = 3x - 3$

Γ.3

Για τον άξονα x΄x

$$y = 0 \Leftrightarrow 3x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Το σημείο είναι το $A(1, 0)$

Για τον άξονα y΄y

Για x = 0

$$y = 3 \cdot 0 - 3 = -3$$

Το σημείο είναι το $\Gamma(0, -3)$

Γ.4.

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x-1}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x+1-1}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{x(x-1)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{x}{\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\frac{1}{2}$$

Δ.1 Το δεντροδιάγραμμα είναι:

1η μπάλα 2 μπάλα

$$\begin{cases} A & \begin{cases} A \\ M \\ K \end{cases} \\ M & \begin{cases} A \\ M \\ K \end{cases} \\ K & \begin{cases} A \\ M \\ K \end{cases} \end{cases}$$

$\Omega=\{AA,AM,AK,MA,MM,MK,KA,KM,KK\}$

Δ.2.

$$A=\{AM,MM,KM\}$$

$$B=\{AM,AK,MA,MK,KA,KM\}$$

Δ.3.

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(\Omega)}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$

$$P(A')=1-P(A)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

$$A\cap B=\{AM,KM\}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{9}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{6}{9} - \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

Δ.4

Αν Γ το ενδεχόμενο που είναι ασυμβίβαστο και με το ενδεχόμενο Α και με ο ενδεχόμενο Β τότε θα περιέχει το πολύ τα στοιχεία του Ω που δεν περιέχονται στα Α και Β.

Άρα το ενδεχόμενο Γ έχει το πολύ τα εξής στοιχεία

$\Gamma = \{AA, KK\}$

Άρα η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει το ενδεχόμενο Γ είναι $P(\Gamma) = \frac{2}{9}$