Θέμα Α

Α.1. Ορισμός 2 σελ. 138

Α.2. α) Σ
β) Λ
γ) Λ
δ) Λ
ε) Σ

Α.3. α) $(f-g)'_{(\chi)} = f'(x) - g'(x)$
β) $\int_{\alpha}^{\beta} \sigma\upsilon\nu x dx = [\eta\mu x]_{\alpha}^{\beta} = \eta\mu\beta - \eta\mu\alpha$
γ) $\lim_{x\to x_0} |f(x)| = |l|$

Θέμα Β

Β.1.

$$xf(x) - 2f(x) = x^2 - 4 \Leftrightarrow$$
$$f(x)(x-2) = x^2 - 4 \overset{x\neq 2}{\Longleftrightarrow}$$
$$f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$$

Β.2.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2} = \frac{2^2-4}{2-2} = \frac{0}{0}\ \textit{Απροσδιοριστία}$$
$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x\to 2}(x+2) = 4$$

Β.3.
Επειδή η f είναι συνεχής για κάθε x∈ℝ θα είναι συνεχής και στο σημείο $x_0 = 2$ άρα θα ισχύει $\lim_{x\to 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow f(2) = 4$

Θέμα Γ

Γ.1.

Α/Α	Ηλικίες	ν_i	x_i	$x_i \cdot \nu_i$	$f_i\%$
1η Κλάση	[25,35)	100	30	3000	50%
2η Κλάση	[35,45)	50	40	2000	25%
3η Κλάση	[45,55)	40	50	2000	20%
4η Κλάση	[55,65)	10	60	600	5%
Σύνολο		200	----------	7600	100%

Γ.2.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i \cdot \nu_i}{\nu} = \frac{7600}{200} = 38\ \chi\rho\acute{o}\nu\iota\alpha$$

Γ.3.
Το ποσοστό είναι $f_3\% + f_4\% = 25\%$

Γ.4.
Ο νέος πίνακας που θα προκύψει μετά τις μεταβολές θα είναι:

Α/Α	Ηλικίες	v_i	x_i	$x_i \cdot v_i$
1η Κλάση	[25,35)	110	30	3300
2η Κλάση	[35,45)	45	40	1800
3η Κλάση	[45,55)	40	50	2000
4η Κλάση	[55,65)	5	60	300
Σύνολο		200	----------	7400

Επομένως η νέα μέση τιμή θα είναι:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i \cdot v_i}{v} = \frac{7400}{200} = 37\ \chi\rho\acute{o}\nu\iota\alpha$$

Θέμα 4ο

Δ.1.

$$f'(x) = [e^x \cdot (x-1)]' \Leftrightarrow$$
$$f'(x) = (e^x)'(x-1) + e^x(x-1)' \Leftrightarrow$$
$$f'(x) = e^x(x-1) + e^x \Leftrightarrow$$
$$f'(x) = f(x) + e^x$$

Δ.2.

$$f'(x) = e^x(x-1) + e^x \Leftrightarrow$$
$$f'(x) = e^x(x-1+1) \Leftrightarrow$$
$$f'(x) = e^x \cdot x$$
$$\text{Θέτω} \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow$$
$$e^x \cdot x = 0 \Leftrightarrow$$
$$x = 0$$

Φτιάχνουμε τον πίνακα

	-∞	0	+∞
f'(x)	−	0	+
f(x)	↘		↗

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα (-∞,0]
Η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα [ο,+∞)
Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στη θέση $x_0 = 0$ με τιμή f(0)= -1

Δ.3.

1ος τρόπος

$$
\begin{aligned}
E(\Omega) &= \int_{-1}^{1} |g(x)|dx \\
&= \int_{-1}^{1} |e^x(x-1)+e^x|dx \\
&= \int_{-1}^{1} |xe^x|dx \\
&= -\int_{-1}^{0} xe^x dx + \int_{0}^{1} xe^x dx = -[e^x(x-1)]_{-1}^{0} + [e^x(x-1)]_{0}^{1} \\
&= -e^0(0-1) + e^{-1}(-1-1) + e^1(1-1) - e^0(0-1) \\
&= 1 - 2e^{-1} + 1 = \frac{2e-2}{e}\tau.\mu.
\end{aligned}
$$

2ος τρόπος

$$
\begin{aligned}
E(\Omega) &= \int_{-1}^{1} |g(x)|dx \\
&= \int_{-1}^{1} |e^x(x-1)+e^x|dx \\
&= \int_{-1}^{1} |f'(x)|dx \\
&= -\int_{-1}^{0} f'(x)dx + \int_{0}^{1} f'(x)dx = -[f(x)]_{-1}^{0} + [f(x)]_{0}^{1} \\
&= -f(0) + f(-1) + f(1) - f(0) = \frac{2e-2}{e}\tau.\mu.
\end{aligned}
$$

Όπου $f(0) = -1$

$f(1) = 0$

$f(-1) = -\frac{2}{e}$