ΘΕΜΑ Α

Α1. γ
Α2. β
Α3. γ
Α4. β
Α5.
Α) Σωστό
Β) Σωστό
Γ) Λάθος
Δ) Λάθος
Ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1.
(α) Σωστή η απάντηση: (iii)

(β) Αιτιολόγηση
Εκτρέποντας το σώμα 1 κατά d και αφήνοντάς το ελεύθερο να κινηθεί διαπιστώνουμε ότι $d=A_1$. Εφαρμόζοντας την ΑΔΕ της ταλάντωσης για το σώμα 1 μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητά του τη στιγμή της πλαστικής κρούσης με το σώμα 2.

$$\frac{1}{2}kA_1^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_{max,1}^2 \rightarrow$$

$$kA_1^2 = m\upsilon_{max,1}^2 \rightarrow \ \upsilon_{max,1} = \sqrt{\frac{k}{m}}A_1 \qquad (1)$$

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε την ΑΔΟ για την πλαστική κρούση των σωμάτων 1 και 2 οπότε:

$$m\upsilon_{max,1} = (m+m)V_{\sigma\upsilon\sigma.} \rightarrow V_{\sigma\upsilon\sigma.} = \frac{\upsilon_{max,1}}{2} \qquad (2)$$

Τέλος από την ΑΔΕ της νέας ταλάντωσης του συσσωματώματος προκύπτει ότι:

$$\frac{1}{2}(m+m)V_{\sigma\upsilon\sigma.}^2 = \frac{1}{2}2kA_2^2 \xrightarrow{(2)}$$

$$2m\left(\frac{\upsilon_{max,1}}{2}\right)^2 = 2kA_2^2 \rightarrow$$

$$2m\frac{\upsilon_{max,1}^2}{4} = 2kA_2^2 \xrightarrow{(1)} \frac{1}{4}\frac{k}{m}mA_1^2 = kA_2^2 \rightarrow$$

$$\frac{1}{4}A_1^2 = A_2^2 \rightarrow A_2 = \frac{A_1}{2} \rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 2$$

B2.

(α) Σωστή η απάντηση: (ii)

(β) Αιτιολόγηση

Από τη θεωρία γνωρίζουμε ότι: $T_{Δ} = NT_{ταλ.} \rightarrow 2 = 200T_{ταλ.} \rightarrow T_{ταλ.} = \frac{1}{100}s$

Οπότε η συχνότητα της σύνθετης ταλάντωσης είναι: $f_{ταλ.} = \frac{1}{T_{ταλ.}} = \frac{1}{\frac{1}{100}} = 100Hz$

Από τη θεωρία ξέρουμε ότι: $f_{ταλ.} = \frac{f_1+f_2}{2} \rightarrow f_1 + f_2 = 2f_{ταλ.} \rightarrow f_1 + f_2 = 200Hz$

Από τις απαντήσεις το μοναδικό ζευγάρι τιμών f_1 και f_2 που έχουν άθροισμα 200Hz είναι αυτό όπου: f_1=100,25Hz και f_2=99,75Hz.

B3.

(α) Σωστή η απάντηση: (iii)

(β) Αιτιολόγηση

Προκειμένου να παραμένει η απόσταση των δύο σφαιρών μετά την σύγκρουση της m_2 με τον τοίχο σταθερή αυτό σημαίνει ότι κινούνται ισοταχώς με ίδια φορά προς τα αριστερά.

Άρα ισχύει:

$$v_1 = v_2 \quad (1)$$

όπου v_1 και v_2 οι ταχύτητες των σφαιρών μετά τη σύγκρουση της m_2 με τον τοίχο.

Όμως για την κεντρική και ελαστική κρούση των δύο σφαιρών έχουμε:

$$v_1 = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1 \xrightarrow{m_1-m_2<0} v_1 < 0 \qquad (2)$$

$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1+m_2}v_1 \rightarrow v_2 > 0 \qquad (3)$$

δηλαδή η σφαίρα 1 αλλάζει φορά κίνησης (προς τα αριστερά) ενώ η σφαίρα 2 ξεκινά να κινείται προς τον τοίχο.

Επειδή η σφαίρα 2 συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο (ακίνητο σώμα πολύ μεγάλης μάζας) ανακλάται αλλάζοντας φορά κίνησης (προς τα αριστερά) αλλά διατηρώντας το ίδιο μέτρο ταχύτητας v_2.

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1), (2) και (3) έχουμε:

$$v_1 = v_2 \rightarrow$$

$$\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1 = -\frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1 \rightarrow$$

$$m_1 - m_2 = -2m_1 \rightarrow$$

$$m_1 + 2m_1 = m_2 \rightarrow$$

$$3m_1 = m_2 \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

ΘΕΜΑ Γ .

Γ1. $u = \frac{r_1}{t_1} \leftrightarrow r_1 = 1m$, $u = \frac{r_2}{t_2} \leftrightarrow r_2 = 7m$

Γ2. Από διάγραμμα : A = $5 \cdot 10^{-3} m$

N = 3 (ταλαντώσεις του φελλού στο χρ. διάστημα $0{,}2 < t < 1{,}4$)

Δt = NT , άρα T = 0,4 s $u = \frac{\lambda}{T}$, $\acute{\alpha}\rho\alpha \quad \lambda = 2m$

$y = 0 \qquad 0 < t < 0{,}2s$

$y = 5 \cdot 10^{-3}\ \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{0{,}4} - \frac{1}{2}\right) \ldots .(S.I.) \qquad 0{,}2s < t < 1{,}4s$

$y = -10 \cdot 10^{-3} \eta\mu\ 2\pi\ \left(\frac{t}{0{,}4} - 2\right) \ldots (S.I.) \qquad t > 1{,}4\ s$

Γ3. E = K + U $\rightarrow \frac{1}{2} D\, A'^2 = \frac{1}{2}\ m u {u_\tau}^2 + \frac{1}{2} D y^2 \rightarrow u_\tau = 25\pi \cdot 10^{-3} m$

Γ4. $f' = \frac{10}{9}\ f$, $u = \lambda' \cdot f' \rightarrow \lambda' = 1{,}8\ m$

$A'' = \left|2A \cdot \sigma\upsilon\nu\ 2\pi\ \frac{r_1 - r_2}{2\lambda'}\right| \rightarrow A'' = A$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2} m u_{max}^2}{\frac{1}{2} m u'^2_{max}} = \frac{\omega^2 \cdot (2A)^2}{\omega'^2 \cdot A^2} = \frac{4\pi^2 \cdot f^2 \cdot 4 \cdot A^2}{4\pi^2 \cdot f'^2} = \frac{81}{25}$$

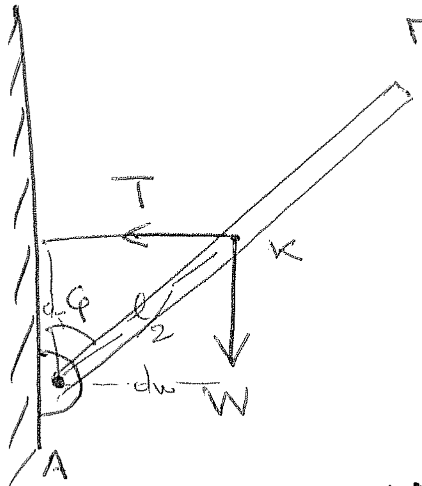
ΘΕΜΑ Δ.

$\ell = 2m$

$M = 5,6\,kg$

$\eta\mu\varphi = 0,6$

$\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$



Δ1. $\Sigma\tau^{(A)} = 0.$

$\rightsquigarrow \tau_W = -W \cdot d_W$

$= -W \cdot \frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi = -56 \cdot 0,6 = -33,6\,N \cdot m$

$\rightsquigarrow \tau_{F_A} = 0$

$\rightsquigarrow \tau_T = +T \cdot d_T$

$= +T \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = +T \cdot 0,8$

άρα $\Sigma\tau^{(A)} = 0 \Rightarrow T \cdot 0,8 = 33,6$

$\underline{T = 42N}$

$\Sigma F = 0$

$\Sigma F_x = 0$

$F_{Ax} = T$

$F_{Ax} = 42N$

$\Sigma F_y = 0$

$F_{Ay} = W$

$F_{Ay} = 56N$

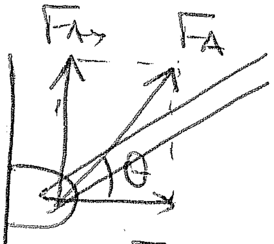
$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2}$

$= \sqrt{42^2 + 56^2}$

$= \sqrt{1764 + 3136}$

$= \sqrt{4900}$

$\boxed{F_A = 70N}$



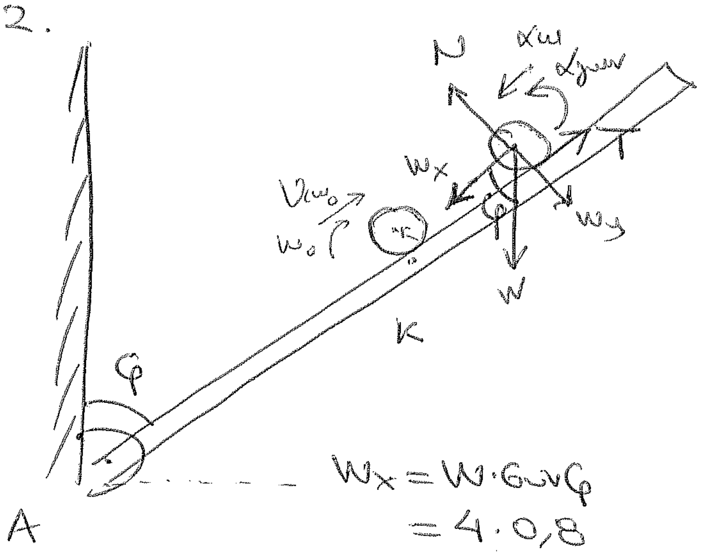
$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_{Ay}}{F_{Ax}} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{56}{42}$

$\boxed{\varepsilon\varphi\theta = \frac{4}{3}}$

$m = 0{,}4\ kg$

$r = \frac{1}{70}\ m.$

Δ2.



$W_x = W\cdot συνφ$
$= 4\cdot 0{,}8$
$= 3{,}2\,N$

$\Sigma F = m\,\alpha_{cm}$

$W_x - T = m\,\alpha_{cm}$

$3{,}2 - T = 0{,}4\,\alpha_{cm}$

$T = 3{,}2 - 0{,}4\,\alpha_{cm}$ (1)

$\Sigma \tau = I_{cm}\,\alpha_{γων}$

$T\cdot \cancel{r} = \frac{2}{5} m r^{\cancel{2}}\,\alpha_{γων}$

$T = \frac{2}{5}\cdot 0{,}4\cdot \alpha_{cm}$ (2)

$\underline{\alpha_{cm} = \alpha_{γων}\cdot r}$

(1) = (2)

$\Rightarrow 3{,}2 - 0{,}4\,\alpha_{cm} = \frac{2}{5}\cdot 0{,}4\,\alpha_{cm}$

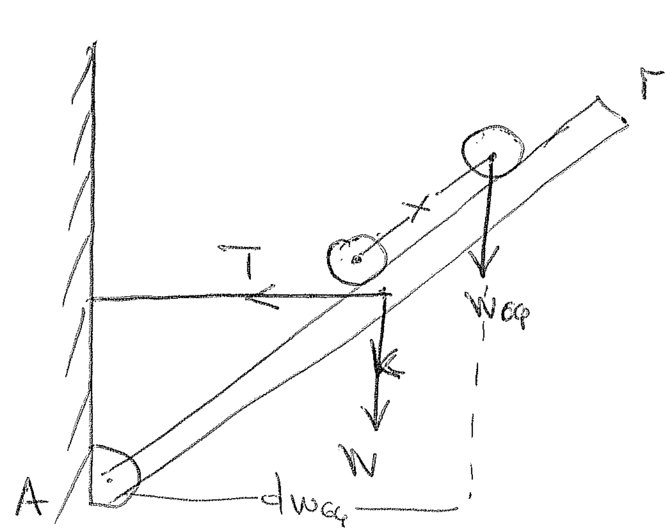
$8\ \cancel{3{,}2} = \frac{7}{5}\cdot \cancel{0{,}4}\ \alpha_{cm}$

$\alpha_{cm} = \frac{40}{7}\ m/s^2$ Άρα $\alpha_{cm} = \alpha_{γων}\cdot r$

$\alpha_{γων} = \frac{\alpha_{cm}}{r} = \frac{\frac{40}{\cancel{7}}}{\frac{1}{\cancel{70}\,10}}$

$\boxed{\alpha_{γων} = 400\ r/s^2}$

Δ3.



Σφαίρα σε τυχαία θέση x από το K

$\Sigma \tau^{(A)} = 0 \rightsquigarrow \tau_T = +T\cdot 0{,}8$

$\rightsquigarrow \tau_W = -33{,}6\ N\cdot m$ (από Δ1)

$\rightsquigarrow \tau_{Wσφ} = -W_{σφ}\cdot d_{Wσφ}$

$= -4\cdot\left(\frac{\ell}{2} + x\right)\cdot ημφ$

$= -4(1+x)\cdot 0{,}6$

$= -2{,}4 - 2{,}4x$

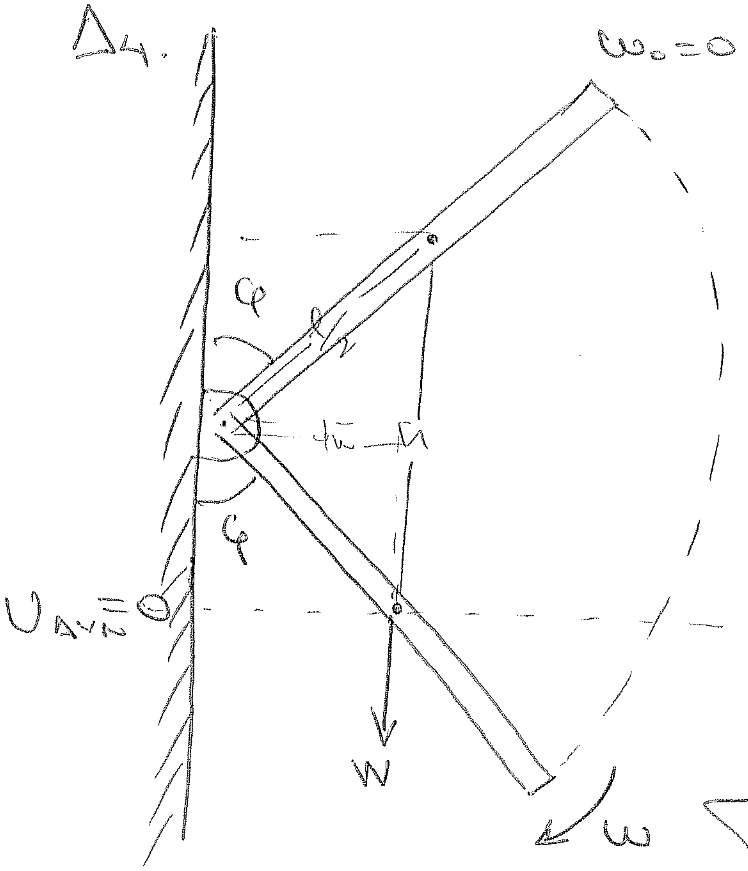
Άρα $\Sigma \tau^{(A)} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow T\cdot 0{,}8 = 33{,}6 + 2{,}4 + 2{,}4x$

$T\cdot 0{,}8 = 36 + 2{,}4x$

$\boxed{T = 45 + 3x}$

Δ4.



$$\frac{dK}{dt} = \cancel{\frac{dK_{\kappa\varepsilon\nu}}{dt}}^{\,0} + \frac{dK_{\sigma\tau\rho}}{dt}$$

$$= \frac{dK}{dt}_{\sigma\tau\rho} = \Sigma\tau\cdot\omega$$

<u>Εύρεση ω</u>

<u>Α.Δ.Μ.Ε</u>

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$0 + Mgh = \frac{1}{2} I_{(A)}\cdot\omega^2 + 0.$$

$$I_{(A)} = I_{cm} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{4}ML^2$$

$$= \frac{1}{3}ML^2$$

$$\cancel{M}gh = \frac{1}{2}\frac{1}{3}\cancel{M}L^2\omega^2$$

$$10\cdot 1{,}6 = \frac{1}{\cancel{6}_{\,3}}\cdot \cancel{4}^{\,2}\cdot\omega^2$$

$$\omega^2 = 24$$

$$\omega = \sqrt{24}\ r/s$$

$$\omega = 2\sqrt{6}\ r/s$$

$$h = \frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi + \frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$= \ell\,\sigma\upsilon\nu\varphi = 2\cdot 0{,}8$$

$$= 1{,}6\,m.$$

<u>Εύρεση Στ</u>

$$\Sigma\tau = \tau_W = W\cdot\frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi$$

$$= 56\cdot 0{,}6 = 33{,}6\ N\cdot m$$

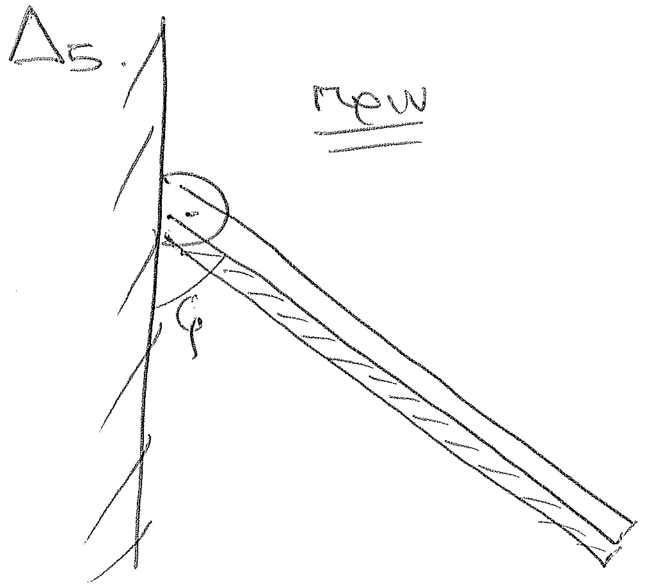
Άρα

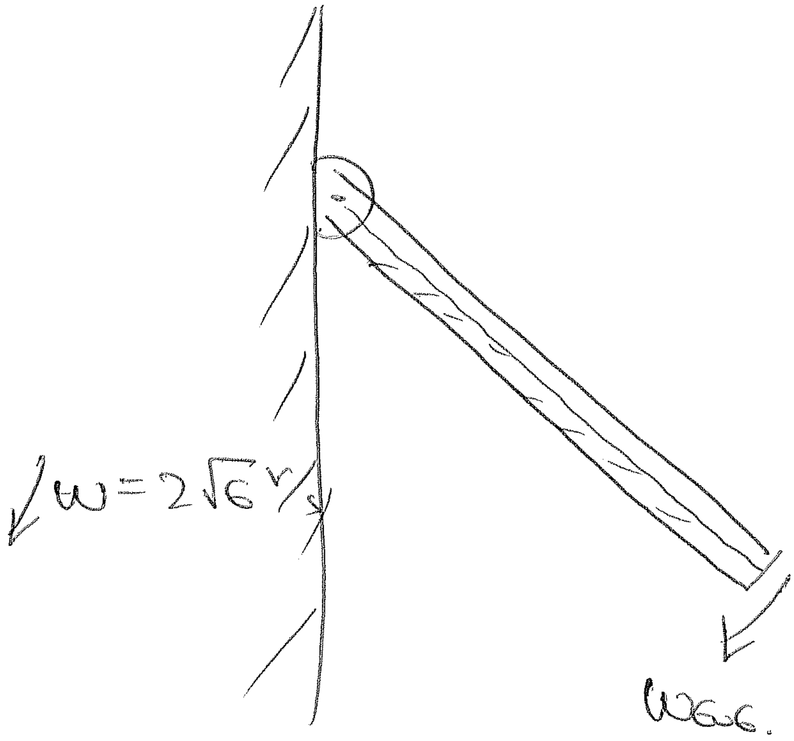
$$\frac{dK}{dt}_{\sigma\tau\rho} = \Sigma\tau\cdot\omega$$

$$= 33{,}6\cdot 2\sqrt{6}$$

$$= 67{,}2\sqrt{6}\ J/sec.$$

Δ5.





Κρούση

Α.Δ.Σ.Τ.Ρ.

$$\vec{L}_{ολ}^{αρχ} = \vec{L}_{ολ}^{τελ} \Rightarrow I_{(A)}^{(M)} \cdot \omega = I_{συσ} \cdot \omega_{συσ}.$$

$$I_{συσ} = I_{(A)}^{(M)} + I_{(A)}^{(M')} = \frac{1}{3}M\ell^2 + \frac{1}{3}M'\ell^2 = \frac{1}{3}M\ell^2 + \frac{1}{\cancel{3}}\cancel{3}M\ell^2 = \frac{4}{3}M\ell^2$$

άρα

$$\cancel{\frac{1}{3}}\cancel{M\ell^2}\omega = \frac{4}{\cancel{3}}\cancel{M\ell^2}\cdot\omega_{συσ}$$

$$\omega_{συσ} = \frac{\omega}{4} = \frac{2\sqrt{6}}{4}$$

$$\underline{\omega_{συσ} = \frac{\sqrt{6}}{2}\ r/s}$$

$$\frac{\Delta K}{K_{αρχ}}\% \Rightarrow \frac{K_{τελ} - K_{αρχ}}{K_{αρχ}}\cdot 100 = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}I_{συσ}\cdot\omega_{συσ}^2 - \cancel{\frac{1}{2}}I_{(A)}^{(M)}\omega^2}{\cancel{\frac{1}{2}}I_{(A)}^{(M)}\cdot\omega^2}$$

$$= \frac{\frac{4}{\cancel{3}}\cancel{M\ell^2}\cdot\left(\frac{\omega}{4}\right)^2 - \frac{1}{\cancel{3}}\cancel{M\ell^2}\cdot\omega^2}{\frac{1}{\cancel{3}}\cancel{M\ell^2}\cdot\omega^2}\cdot 100$$

$$= \frac{4\cdot\frac{\cancel{\omega^2}}{16} - \cancel{\omega^2}}{\cancel{\omega^2}}\cdot 100 = \left(\frac{1}{4} - 1\right)\cdot 100 = -75\%$$