

	ΜΑΘΗΜΑ	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	3 ΩΡΕΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A)** Να αποδείξετε ότι για δυο ασυμβίβαστα ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ **(μονάδες 8)**
- B)** Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου ενός δείγματος n παρατηρήσεων. **(μονάδες 3)**
- Γ)** Να διατυπώσετε το νόμο των μεγάλων αριθμών **(μονάδες 2)**
- Δ)** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** **(μονάδες 6)**
- ι) η μέση τιμή ενός δείγματος είναι πάντα τιμή της μεταβλητής
- ii) η μέση τιμή μπορεί να είναι αρνητικός αριθμός
- iii) αν $P(A) + P(B) = 1$ τότε $B = A'$
- E)** Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας την σωστή απάντηση στις παρακάτω προτάσεις **(μονάδες 6)**
- ι) σε μια κανονική κατανομή με διάμεσο 100 και κύμανση 144 το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερο του 124 είναι :
- α) 16% β) 81,5% γ) 2,5% δ) 84%
- ii) αν $A \subseteq B$ και $P(A) = 0.3$ και $P(B) = 0,8$ τότε η $P(A \cap B)$ είναι :
- α) 0,3 β) 0,1 γ) 0,5 δ) 0,8

ΘΕΜΑ 2^ο

Έστω συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \left(a^2 - \frac{13}{2}\right)x^2 + 6x + 2009$ με $x \in \mathbb{R}$.

- A)** Επίσης $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ο δειγματικός χώρος της ρίψης ενός αμερόληπτου ζαριού και τα ενδεχόμενα :
- $A = \{a \in \Omega / \text{η συνάρτηση } f(x) \text{ έχει ακρότατο στο } x_0 = 2\}$
- $B = \{a \in \Omega / \text{η εφαπτομένη της } f(x) \text{ στο } x_0 = 1 \text{ έχει κλίση θετική}\}$
- α) Να βρεθούν τα : $A, B, A \cap B$ **(μονάδες 8)**
- β) Να υπολογιστούν οι πιθανότητες : $P(A \cup B), P(A' \cup B)$ **(μονάδες 4)**
- B)** Αν ισχύει για την συνάρτηση $f(x)$ ισχύει $f'(3) = 0$ τότε :
- α) Να βρεθούν οι δυνατές τιμές της παραμέτρου a . **(μονάδες 4)**
- β) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας όπου α η τιμή του παραπάνω ερωτήματος και να βρεθεί το εύρος του δείγματος **(μονάδες 9)**

Κλάσεις [,)	x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i \%$	$F_i \%$
[5 , 15)							
[15 , 25)		α	0,06	10			
[25 , 35)						34	
[35 , 45)							90
[45 , 55)							
Σύνολο							

ΘΕΜΑ 3^ο

A) Έστω συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}, & x \in [0, 4) \cup (4, +\infty) \\ \frac{k}{2}, & x = 4 \end{cases}$

α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης (μονάδες 2)

β) Αν η $f(x)$ είναι συνεχής στο $x_0 = 4$ τότε να αποδείξετε ότι $k = 8$

(μονάδες 6)

B) Έστω δείγμα 8 παρατηρήσεων . Αν για τις 7 από αυτές ισχύει $\sum_{i=1}^7 t_i = 50$,

$\sum_{i=1}^7 t_i^2 = 428$ και επιπλέον η όγδοη έχει τιμή 6 τότε :

α) Να βρεθεί η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση ολόκληρου του δείγματος

(μονάδες 8)

β) Να εξετάσετε εάν το δείγμα είναι ομοιογενές

(μονάδες 3)

γ) Να προσδιοριστεί η ελάχιστη θετική τιμή της παραμέτρου α που πρέπει

να προστεθεί σε κάθε μια από τις παρατηρήσεις έτσι ώστε το δείγμα

που θα προκύψει να είναι ομοιογενές

(μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 4^ο

Σε ένα δείγμα n ατόμων έχουμε :

α άτομα έχουν πάρει στεγαστικό δάνειο .

β άτομα έχουν πάρει καταναλωτικό δάνειο .

γ άτομα έχουν πάρει και τα δυο δάνεια .

δ άτομα έχουν πάρει στεγαστικό ή καταναλωτικό δάνειο .

Τα άτομα που έχουν πάρει στεγαστικό δάνειο είναι διπλάσια από αυτά που έχουν πάρει καταναλωτικό .

Το δείγμα των αριθμών $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ έχει διάμεσο ίση με 15 .

A) να δείξετε ότι $\alpha = 20$ και $\beta = 10$.

(μονάδες 8)

B) να δείξετε ότι η μέση τιμή του δείγματος $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ είναι ίση με 15 .

(μονάδες 7)

Γ) Αν επιπλέον ο συντελεστής μεταβολής του παραπάνω δείγματος είναι ίσος $\frac{\sqrt{10}}{6}$

και επίσης γνωρίζουμε ότι όλα τα άτομα του δείγματος έχουν πάρει κάποιο δάνειο τότε αν επιλεγεί ένα άτομο στην τύχη να βρεθούν το μέγεθος n του δείγματος καθώς και οι πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων .

K : να έχει πάρει στεγαστικό ή καταναλωτικό δάνειο

Λ : να έχει πάρει μόνο στεγαστικό δάνειο

M : να έχει πάρει μόνο ένα από τα δυο δάνεια

N : να μην έχει πάρει κανένα δάνειο

Ξ : να έχει πάρει στεγαστικό ή όχι καταναλωτικό δάνειο

(μονάδες 10)

$$\text{Δίνεται ο τύπος } s^2 = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n t_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n t_i \right)^2}{n} \right)$$